

JEL C6: Mathematical Methods and Programming

USE OF DEA-METHOD FOR RESEARCH OF EFFICIENCY OF ENTERPRISE ACTIVITY

Z.P. Aidynov,

Candidate of economic sciences senior lecturer of the department «Management» KazAU named after
S.Seifullin

Astana, the Republic of Kazakhstan

N.S. Nurkasheva,

Candidate of economic sciences, Associate Professor of the «Accounting, Audit and Evaluation» Department
of the «University of Narhoz»

Almaty, Republic of Kazakhstan

Zh.S. Bulhairova,

Doctor PhD, senior lecturer of the department «Management» KazAU named after S.Seifullin
Astana, the Republic of Kazakhstan

ABSTRACT

Purpose of research – the purpose of the work is to describe the features of the DEA method and its possible use for the analysis of real data of enterprises under the "cost-output" scheme and improve their efficiency.

Methodology – it is based on the use of linear programming algorithms. The peculiarity lies in the creation of a separate model for each enterprise and definitions of effective enterprises.

Originality – it consists in the identification of efficient and inefficient enterprises on the basis of specific data describing the cost of resources and output. At the same time, reference enterprises are identified among those that are effective for lagging enterprises in order to determine the degree of cost reduction to achieve efficiency.

Summary – they describe the essence of the DEA-method which is based on the principles of linear programming. The article considers the data of enterprises working in the construction sector of Kazakhstan and determines their effectiveness. 4 enterprises the data of which was analyzed three companies were effective and one was ineffective. Determined the reference of the company values which are a guideline of the necessary cost reductions. The indicators that will allow to become an effective enterprise are calculated.

Keywords – efficiency, linear programming, efficient frontier, benchmarking enterprise, efficiency, cost-output.

УДК 658.512.001.56

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ DEA-МЕТОДА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЯ

З.П. Айдынов,

Кандидат экономических наук, старший преподаватель кафедры «Менеджмент» КазАТУ
им.С.Сейфуллина

Астана, Республика Казахстан

Н.С. Нуркашева,

Кандидат экономических наук, доцент кафедры
«Бухгалтерский учет, аудит и оценка» «Университета Нархоз»

Алматы, Республика Казахстан

Ж.С. Булхаирова,

доктор PhD, старший преподаватель. кафедры
«Менеджмент» КазАТУ им.С.Сейфуллина

Астана, Республика Казахстан

АННОТАЦИЯ

Цель исследования – работы заключается в описаний особенности DEA метода и его возможности использования для анализа реальных данных предприятий по схеме «затраты - выход» и повышения их эффективности.

Методология – основана на использований алгоритмов линейного программирования. Особенность заключается в созданий отдельной модели для каждого предприятия и определений эффективно действующих предприятий.

Оригинальность – заключается в выявлении эффективно и неэффективно работающих предприятий на основе конкретных данных описывающие затрат ресурсов и выхода продукции. При этом определяют эталонные предприятия среди эффективных для отстающих предприятий с тем, чтобы определить степень сокращения затрат для достижения эффективности.

Выводы – описывают суть DEA - метода которая базируется на принципах линейного программирования. В статье рассмотрены данные предприятий работающих в строительном секторе РК и определены их эффективность. Из 4-х предприятий данные которых были анализированы три предприятия оказались эффективно действующим и одно предприятие стало неэффективным. Для него определены эталонные предприятия показатели которых являются ориентиром необходимых сокращений затрат. Рассчитаны показатели которые позволяют стать эффективным предприятием.

Ключевые слова – эффективность, линейное программирование, граница эффективности, эталонное предприятие, коэффициент эффективности, затраты-выпуск

ВВЕДЕНИЕ

Эффективность является базовым принципом деятельности успешно действующих предприятий на рынке. Существуют различные методы и способы достижения эффективности. Одним из них является известный метод линейного программирования. Данный DEA метод является творческим применением метода линейного программирования американскими учеными во главе *A. Charnes* для случая данных описывающих модель предприятия «затраты-выпуск».

В развитых странах данный метод широко используются для различных исследований. В странах СНГ не так много публикации и исследований по использованию данного метода. Полезность этого подхода заключается в том, что при выявлении неэффективного предприятия для него находится эталонное предприятие показатели которого является ориентиром.

В статье рассмотрены данные 4-х предприятий которые действуют на строительном рынке РК. Определены эффективные и неэффективные предприятия и при этом четко определены показатели которых должны достичь неэффективное предприятие, чтобы оно могло стать эффективным.

Эффективность всегда является актуальной, и в условиях все возрастающей конкуренции, нарастающей борьбы за ресурсы, а также быстрого принятия управленческих решений необходимо использовать современные методы и инструменты к которым относится DEA-метод.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ ИССЛЕДОВАНИЯ

В последнее время для исследований экономических и социальных процессов часто используется DEA- метод.

Термин DEA - *Data Envelopment Analysis* означает:

- анализ охвата данных;
- анализ обертывания данных;
- анализ среды функционирования.

DEA – метод предназначен для определения эффективности экономических процессов организаций на основе анализа данных. Данный метод подробно рассмотрен в исследованиях известных ученых [1, 2, 3]. Эффективность - это важнейшая категория которая используется при реализации любых экономических проектов и процессов. Она указывает на степень достижения цели с учетом затрат ресурсов и времени [4, 5, 6].

Формула эффективности

(1)

где:

Е – эффективность;

Р – результаты;

З – затраты.

Часто при осуществлений хозяйственной деятельности используются понятие критерия эффективности к которым относятся:

- максимум дохода;
- максимум выпуска продукции;
- минимум затрат;
- минимум времени и т.д.

Проблема оптимального использования ресурсов в высшей математике изучается в специальном разделе «Задача линейного программирования (ЗЛП)» [7, 8, 9].

Модель задачи линейного программирования для двух переменных выглядит следующим образом:

$$F = c_1x_1 + c_2x_2 \rightarrow \max \quad (2)$$

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 \leq b_i \quad (i = \overline{1, k}), \quad (3)$$
$$x_j \geq 0 \quad (j = \overline{1, 2}).$$

где:

F – целевая функция;

c₁ и c₂ - коэффициенты целевой функции;

a_{i1}a_{i2} - технико-экономические коэффициенты;

x_j - искомые переменные.

Геометрическая интерпретация ЗЛП выглядит так (рис.1):

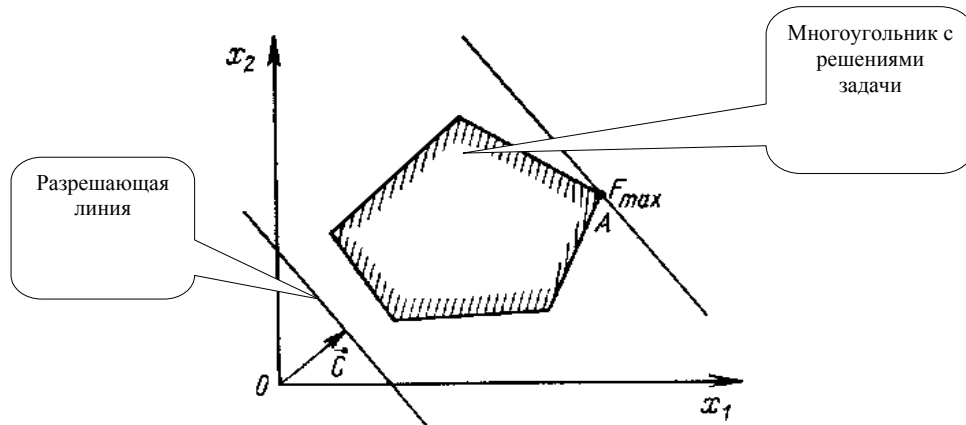


Рисунок 1 – Геометрическая интерпретация ЗЛП

Уравнение (1) описывает разрешающую линию, а неравенства (2) описывает замкнутый многоугольник (симплекс) с решениями задачи. Разрешающая линия продвигается по направлению вектора $\vec{c}$ через многоугольник и последняя точка пересечения разрешающей линии с многоугольником указывает, где находится оптимальное решение задачи в данном рисунке 1. По рисунку 1 видно, что она находится в точке А.

Для решения ЗЛП используется «симплексный» метод. Сущность симплексного метода подробно описана в известных трудах [10, 11, 12]. Он автоматизирован во многих программах. Например, в EXCEL ее решают с помощью надстройки «Поиск решения».

Метод *Data Envelopment Analysis* (DEA) предложили в 1978 г. американские ученые *A. Charnes, W. W. Cooper, E. Rhodes*. Идея DEA метода заключается в следующем [13,14,15]:

- граница эффективности является базовым понятием метода и она строится в многомерном пространстве входных и выходных показателей, описывающих оцениваемые объекты;
- входные показатели – ресурсы, выходные показатели – продукция;
- степень эффективности конкретного объекта определяется расстоянием между точкой, соответствующей ему, и границей эффективности.

Геометрическая интерпретация DEA-метода изображена на рисунке 2:

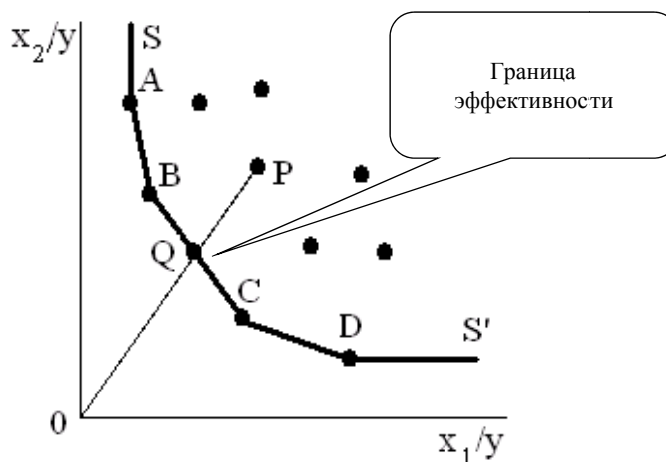


Рисунок 2 – Геометрическая интерпретация DEA-метода

На рисунке 2 рассматриваются несколько предприятия с двумя видами ресурсов x_1 и x_2 и одним видом продукции Y . Все эффективные предприятия А, В, С и D находятся на границе эффективности, а предприятие Р не эффективно, поэтому оно находится внутри границы эффективности. Все эффективные предприятия имеют коэффициент эффективности $\lambda = 1$, если предприятие не эффективно, то у него коэффициент эффективности будет меньше 1, то есть $\lambda < 1$ например, коэффициент эффективности предприятия Р будет равен $\lambda = OQ/OP$, что видно из рисунка 2 будет меньше чем 1.

Математическая модель DEA - метода описывается следующим образом:

$$\theta^* = \min \theta \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} &\leq \theta x_{i0} \quad i = 1, 2, \dots, m; \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} &\geq y_{r0} \quad r = 1, 2, \dots, s; \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j &= 1 \\ \lambda_j &\geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (5)$$

где:

λ - вес предприятия;

θ - вес ресурсов;

x_{ij} - затрачиваемые ресурсы;

y_{rj} - виды продукции.

Для решения данной задачи используется классический симплексный метод. При этом сколько предприятий есть, столько раз используются этот метод и для каждого предприятия определяется коэффициент эффективности λ и $\lambda \in [0; 1]$. Если предприятия работают эффективно, то коэффициенты эффективности равны $\lambda = 1$, если предприятия работают не эффективно, то коэффициенты эффективности будут $\lambda < 1$ и для них определяются эталонные предприятия на которых надо равняться. На основе их показателей можно определять степень затраты для того, чтобы быть эффективным.

DEA метод является очень полезным для проведения анализа затрат и выпуска продукции предприятий. Благодаря этому можно принимать необходимое управленческое решение для достижения эффективности деятельности предприятия.

ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Для использования DEA метода необходимы данные действующих предприятий, соответствующие предъявляемым требованиям. В частности, данные должны описывать ход производственных процессов по схеме «затраты - выпуск». При этом для каждого предприятия отдельно строится модель расчета.

Для этого взяты данные предприятий РК, которые действуют на рынке строительства в Республики Казахстан за 2017 год (таблица 1).

Таблица 1 – Производственные показатели предприятий (2017 г.)

№	Наименование предприятий	тыс. тенге					
		Сырье и материалы	Прочие расходы	Энергия	Амортизация	Зарплата	Произведено
1	2	3	4	5	6	7	8
1	ТОО «Бастау»	5354327,92	627574,8	19350,42	10737,33	642095,79	341817
2	ТОО «Оркен»	14078315,91	2162358	16669,53	152571,99	2169045,14	15786148,1
3	ТОО «Родник»	191654,56	3853,69	36,64	1272,62	9031,67	171112,93
4	ТОО «Женис»	355704,51	30980,52	1349,6	19421,34	210457,39	496058,32
Примечание – таблица составлено авторами на основе данных предприятий							

Из таблицы 1 можно видеть данных описывающие производственные процессы 4-х предприятий. К входным данным относятся: «Сырье и материалы», «Прочие расходы», «Энергия», «Амортизация», «Зарплата», к выходным данным – «Произведено».

Для определения эффективности предприятий можно строить модели на основе задач линейного программирования.

При этом цель используемой модели заключается в следующем: Находить значения переменных которые обеспечивают максимальную эффективность затрачиваемых ресурсов, другими словами описать как можно достигнутый объем выпуска с наименьшими затратами. Это требует найти значения весовых коэффициентов λ , θ - описанной (3,4) - модели, которые находятся между 0 и 1 и $\sum \lambda_j = 1$. Если $\lambda_j = 1$ это означает, что j-предприятие является эффективным. При этом количество λ будет равно количеству предприятий. В нашем примере оно равно 4. Коэффициент θ описывает степень эффективности затрат.

Для определения эффективности деятельности предприятия необходимо для каждого из них строить отдельные модели. Покажем путь построения модели для ТОО «Бастау».

В качестве целевой функции модели можно брать уравнение с участием любого затрачиваемого ресурса. Целью является минимизация их использования для достижения поставленной цели. Например, если брать ресурс «сырье и материалы» – то целевая функция имеет следующий вид:

$$F = 5354327,92 \lambda_1 + 14078315,91 \lambda_2 + 191654,56 \lambda_3 + 355704,51 \lambda_4 \min \rightarrow \quad (6)$$

Количество ограничений будет равно количеству вида используемых ресурсов, и при этом затраты не должны превышать указанные показатели.

Например, ограничение использования энергии для ТОО «Бастау» выглядит как:

$$19350,42 \lambda_1 + 16669,53 \lambda_2 + 36,64 \lambda_3 + 1349,6 \lambda_4 \leq 19350,42 \quad (7)$$

Обращаем внимание, что затраченный ресурс «энергия» в предприятии «Бастау» составило - 19350,42 тыс.тенге. Теперь построено неравенство которое указывает на предельное значение которого превышать нельзя. В таком контексте строятся и другие ограничения.

Для выпускаемой продукции ставится задача недопуска снижения объема при затрачиваемом количестве ресурсов, что выражается следующим неравенством:

$$341817 \lambda_1 + 15786148,1 \lambda_2 + 171112,93 \lambda_3 + 496058,32 \lambda_4 \geq 341817 \quad (8)$$

Сумма всех λ - весовых коэффициентов предприятий будет равна 1 т.е.

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 = 1 \quad (9)$$

По существу основной целью использования DEA метода является нахождение значения θ - являющегося коэффициентом эффективности использования ресурсов. Возможность его

использования указано в (3)- модели. Именно произведение θ -коэффициента на показатель ресурсов должно указывать на степень эффективности.

Построенная модель линейного программирования легко решается с помощью программы «Поиска решения» встроенного на ЭТ «EXCEL». Результаты моделирования на основе DEA метода указаны в таблице 2

Таблица 2 – Показатели коэффициентов эффективности предприятия

№	Наименование предприятий	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	θ
1	2	3	4	5	6	7
1	ТОО «Бастау»	0	0,02	0,98	0	0,27
2	ТОО «Оркен»	0	1	0	0	1
3	ТОО «Родник»	0	0	1	0	1
4	ТОО «Женис»	0	0	0	1	1

Примечание – таблица составлено авторами на основе данных предприятий

Из таблицы 2 можно видеть, что из 4 предприятий только одно предприятие ТОО «Бастау» работало неэффективно и его значение эффективности составило 27%. При этом эталонными предприятиями для него являются ТОО «Оркен» и ТОО «Родник». Значения $\lambda_2=0,02$ и $\lambda_3=0,98$ указывают на степень сокращения затрат ТОО «Бастау» относительно данных предприятий ТОО «Оркен» и ТОО «Родник». Для того, чтобы быть эффективным надо сокращать расходы ТОО «Бастау» исходя из значений коэффициентов, т.е. от значения данного предприятия отнимается значения эталонных предприятий умноженное на соответствующие λ коэффициенты.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренный DEA метод позволяет на основе реальных данных описывающие «затраты - выпуск» предприятий определить насколько они эффективно функционируют на рынке. Это очень важно в условиях высокой конкуренции и при недостаточной эффективности предприятия данный метод позволяет уточнить степень сокращения затрат. Метод очень полезен для анализа и прогнозирования хозяйственной деятельности предприятия любой отрасли.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Charnes A. Cooper W.W., Golany B. Et al. Identification of Pareto-efficient facets in Data Envelopment Analysis Foundations of data envelopment for Pareto-Koopmans efficient productions functions // Journal of Economics. – 1985. – Vol.30. pp.91-107.
2. Кривоножко В.Е., Лычев А.В. Анализ деятельности сложных социально-экономических систем: Учебное пособие. – М.: Макс Пресс. – 2010. – 208 с.
3. Joe Zhu. Quantitative Models for Performance Evaluation and Benchmarking. – Springer Cham Heidelberg New York Dordrecht London, 2014. – 319 p.
4. Порунов А.Н. Оценка сравнительной эффективности государственного менеджмента экологической безопасности в регионе методом DEA-анализа // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия «Экономика и экологический менеджмент». – 2016. – № 1. – 104-111 с.
5. Banker R.D. Charnes A., Cooper W.W. Estimation of returns to scale using Data Envelopment Analysis European // Journal of Operational Research. – 1992. – Vol:62. pp.74-84.
6. Banker R.D., Maindiratta A. Piecewise log linear estimation of efficient production surfaces // Management Science. – 1986. – Vol.32, No. 1. pp.126-135.
7. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах: Учебник. – М.: «Высшая школа», 1986. – 319 с.
8. Конторович Л.В., Горстко А.Б. Математическое оптимальное программирование в экономике: Учебник. – М.: Знание, 1968. – 96 с.
9. Иванилов Ю.П., Лотов А.В. Математические модели в экономике: Учебное пособие. – М.: Наука, 1979. – 304 с.

10. Brockett P.L., Charnes A., Cooper W.W. et al. Data transformations in DEA cone ratio envelopment approaches for monitoring bank performance // *European Journal of Operational Research*. – 1997. – Vol. 98, No. 2. pp. 250-268.
11. Charnes A., Cooper W.W., Huang Z.M., Sun D.B. Polyhedral Cone-Ratio DEA Models with an Illustrative Application to Large Commercial Banks // *Journal of Econometrics*. – 1990. – Vol. 46, No. 1-2. pp. 73-91.
12. Charnes A., Cooper W.W., Rhodes E. Measuring of efficiency of decision making units // *European Journal of Operational Research*. – 1978. – Vol. 2., No. 6. pp. 429-444.
13. Володин А.В., Кривоножко В.Е., Рыжих Д.А. Построение трехмерных сечений в анализе эффективности сложных многомерных систем на основе параметрических оптимизационных алгоритмов // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. – 2004. – Т. 44. – № 4. – с. 623-639.
14. Вэриан Х.Р. Микроэкономика. Современный подход: Учебник. – М.: Юнити, 1997. – 767 с.
15. Киселева И.А. Коммерческие банки: модели и информационные технологии в процедурах принятия решений: Учебник. – М.: УРСС, 2002. – 400 с.

REFERENCES

- 1 Charnes A., Cooper W.W., Golany B. Et al. Identification of Pareto-efficient facets in Data Envelopment Analysis Foundations of data envelopment for Pareto-Koopmans efficient productions functions // *Journal of Economics*. – 1985. -Vol. 30. Pp. 91-107.
- 2 Krivonozhko V.Ye., Lychev A.V. Analiz deyatel'nosti slozhnykh sotsial'no-ekonomicheskikh sistem: Uchebnoye posobiye. – М.: Maks Press. – 2010. – 208 s.
- 3 Joe Zhu. Quantitative Models for Performance Evaluation and Benchmarking. - Springer Cham Heidelberg New York Dordrecht London, 2014. - 319 p.
- 4 Porunov A.N. Otsenka sravnitel'noy effektivnosti gosudarstvennogo menedzhmenta ekologicheskoy bezopasnosti v regione metodom DEA-analiza // *Nauchnyy zhurnal NIU ITMO. Seriya «Ekonomika i ekologicheskii menedzhment»*. – 2016. – № 1. – S. 104-111.
- 5 Banker R.D., Charnes A., Cooper W.W. Estimation of returns to scale using Data Envelopment Analysis European // *Journal of Operational Research*. – 1992. – Vol. 62. pp. 74-84.
- 6 Banker R.D., Maindiratta A. Piecewise log linear estimation of efficient production surfaces // *Management Science*. – 1986. – Vol. 32, no. 1. pp. 126-135.
- 7 Akulich I.L. Matematicheskoye programmirovaniye v primerakh i zadachakh: Uchebnik. – М.: «Vysshaya shkola», 1986. – 319 s.
- 8 Kontorovich L.V., Gorstko A.B. Matematicheskoye optimal'noye programmirovaniye v ekonomike: Uchebnik. – М.: Znaniye, 1968. – 96 s.
- 9 Ivanilov YU.P., Lotov A.V. Matematicheskiye modeli v ekonomike: Uchebnoye posobiye. – М.: Nauka, 1979. – 304 s.
- 10 Brockett P.L., Charnes A., Cooper W.W. et al. Data transformations in DEA cone ratio envelopment approaches for monitoring bank performance // *European Journal of Operational Research*. – 1997. – Vol. 98, no. 2. pp. 250-268.
- 11 Charnes A., Cooper W.W., Huang Z.M., Sun D.B. Polyhedral Cone-Ratio DEA Models with an Illustrative Application to Large Commercial Banks // *Journal of Econometrics*. – 1990. – Vol. 46. no. 1-2. pp. 73-91.
- 12 Charnes A., Cooper W.W., Rhodes E. Measuring of efficiency of decision making units // *European Journal of Operational Research*. – 1978. – Vol. 2., no. 6. pp. 429-444.
- 13 Volodin A.V., Krivonozhko V.Ye., Ryzhikh D.A. Postroyeniye trekhmernykh secheniy v analize effektivnosti slozhnykh mnogomernykh sistem na osnove parametricheskikh optimizatsionnykh algoritmov // *Zhurnal vychislitel'noy matematiki i matematicheskoy fiziki*. – 2004. – Т. 44. – № 4. – S. 623-639.
- 14 Verian K.H.R. Mikroekonomika. Sovremennyy podkhod: Uchebnik. – М.: Yuniti, 1997. – 767 s.
- 15 Kiseleva I.A. Kommercheskiye banki: modeli i informatsionnyye tekhnologii v protsedurakh priyatiya resheniy: Uchebnik. М.: URSS, 2002. – 400 s.

ТҮЙІН

DEA тәсілі соңғы кезде экономикалық үрдістер мен құбылыстарды зерттеуде жиі қолданыла бастаған тәсіл. Ол өнім шығаратын кез келген кәсіпорынның «шығын-өнім» негізіндегі мәліметтерді пайдалану арқылы тиімділікті анықтауға мүмкіндік береді. DEA - тәсілі сызықтық бағдарламалау принциптеріне сүйенеді. Мақалада аталмыш тәсіл арқылы құрылыс нарығындағы кәсіпорындардың көрсеткіштері талданып, олардың тиімді және тиімсіз әрекеттері нақтыланды.

SUMMARY

Recently, scientists have often started to use the DEA method to study economic processes and phenomena. This method is based on the information "input-output" company can determine the effectiveness of their activities. The method is based on the principles of linear programming. The article analyzes the data of enterprises operating in the construction market and determines their effectiveness.