

JEL classification: D24

**INVESTIGATION OF GROWTH FACTORS OF KAZAKHSTAN
INDUSTRIAL PRODUCTION BY PRODUCTION FUNCTIONS**

L. Kundakova,

Candidate of Economic Sciences,
Zhezkazgan University named after O.A.Baykonurov,
Zhezkazgan, Republic of Kazakhstan

ABSTRACT

Purpose – the purpose of the study is to investigate the growth factors of industrial production in Kazakhstan, by building the production functions of Cobb-Douglas, J. Tinbergen and R. Solow, to give an economic interpretation of the obtained parameters. To determine and analyze in dynamics the indicators of average and marginal efficiency, the rate of substitution of resources. Make a conclusion about the efficiency of resource use and determine the type of economic growth during the analyzed period.

Methodology – the methodological basis of the research is made up by the main provisions of the theory of production, the results of theoretical and applied research on the problems of constructing economic and mathematical models and their effective use in order to maximize profits and reduce costs. The study used mathematical methods as the most important tool to uncover quantitative relationships, to determine on this basis the degree of influence of factors on the final result of production activities, to control the production process in accordance with the obtained quantitative characteristics.

Originality/value – the constructed production functions are linearly homogeneous and show constant efficiency with an increase in the factors of industrial production, which is typical for extensive type of economic growth. The average and marginal efficiency of the use of labor resources was significantly higher than the fixed capital, which indicates the importance of this factor for the growth of industrial production in Kazakhstan. This statement is objective in the framework of existing technologies and quality characteristics of resources.

Findings – the assessment of adequacy has shown that the Cobb-Douglas model and the J. Tinbergen model most accurately approximate the initial data. The constructed models are classical; reflect the operation of economic laws, have an objective nature, and characterize stable cause-and-effect relationships. The results obtained in the study can be used to analyze the development of industry in Kazakhstan, to predict the volume of industrial production, depending on changes in the costs of resources used.

Keywords – production functions, industry, factors of production, resources, economic growth.

УДК 330.356.7

**ИССЛЕДОВАНИЕ ФАКТОРОВ РОСТА ПРОМЫШЛЕННОГО ПРОИЗВОДСТВА
КАЗАХСТАНА ПОСРЕДСТВОМ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ**

Л.Р. Кундакова,

кандидат экономических наук

Жезказганский университет им. О.А.Байконурова

Жезказган, Республика Казахстан

АННОТАЦИЯ

Цель исследования – исследовать факторы роста промышленного производства Казахстана, построив производственные функции Кобба-Дугласа, Я.Тинбергена и Р.Солоу, дать экономическую интерпретацию полученным параметрам. Определить и проанализировать в динамике показатели средней и предельной эффективности, нормы замещения ресурсов. Сделать вывод об эффективности использования ресурсов и определить тип экономического роста за анализируемый период.

Методология – методологическую основу исследования составили основные положения теории производства, результаты теоретических и прикладных исследований по проблемам построения экономико-математических моделей и их эффективного применения в целях максимизации прибыли, снижения затрат. В исследовании применялись математические методы как важнейший инструмент, позволяющий раскрыть количественные взаимосвязи, определить на этой основе степень влияния факторов на конечный результат производственной деятельности, управление производственным процессом в соответствии с полученными количественными характеристиками.

Оригинальность/ценность – построенные производственные функции являются линейно однородными и показывают постоянную эффективность при увеличении факторов промышленного производства, что характерно для экстенсивного типа экономического роста. Средняя и предельная эффективность использования трудовых ресурсов была существенно выше основного капитала, что свидетельствует о важности данного фактора для роста объемов промышленного производства Казахстана. Данное утверждение объективно в рамках существующих технологий и качественных характеристик ресурсов.

Выводы – оценка адекватности показала, что наиболее точно аппроксимируют исходные данные модели Кобба-Дугласа и Я. Тинбергена. Построенные модели являются классическими, отражают действие экономических законов, носят объективный характер, характеризуют устойчивые причинно-следственные взаимосвязи. Полученные в исследовании результаты могут применяться для анализа развития промышленности Казахстана, прогнозирования объемов производства промышленной продукции в зависимости от изменения затрат используемых ресурсов.

Ключевые слова – производственные функции, промышленность, факторы производства, ресурсы, экономический рост.

ВВЕДЕНИЕ

Производственный потенциал любого хозяйствующего субъекта можно определить как максимально возможный выпуск продукции при полном использовании имеющихся ресурсов. Если качество ресурсов принять постоянным, то объем выпуска продукции при неизменной базовой технологии будет зависеть от ее количества, а также от соотношений между используемыми производственными ресурсами. Таким образом, задача эффективного управления производством сводится к установлению количественной зависимости между результатом производственной деятельности (объемом выпуска продукции) и количеством используемых производственных ресурсов, т.е. к построению экономико-математической модели. Для экономико-математического моделирования и установления количественных зависимостей в сфере производства применяются производственные функции.

Использование аппарата производственных функций, широкое распространение пакетов прикладных программ, а также доступность официальной статистической информации дает возможность оценить эффективность функционирования стратегически важной отрасли экономики Казахстана – промышленности.

Важная роль в данном исследовании отводится аналитическим расчетам и определению показателей, полученных на основе производственных функций, что позволило рассмотреть влияние факторов на рост объема промышленного производства Казахстана, оценить изменение средней и предельной эффективности использования ресурсов во времени, определить на этой основе тип экономического роста.

ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Развитие теории производственных функций связано с работой американских ученых Ч.Кобба и П.Дугласа «Теория производства», в которой авторы эмпирическим путем исследовали зависимость объема выпускаемой продукции в обрабатывающей промышленности США от затрачиваемого труда и капитала [1]. Полученная зависимость впоследствии стала называться производственной функцией Кобба-Дугласа.

Существенный вклад в развитие теории производственных функций внесли лауреаты Нобелевской премии по экономике: Я.Тинберген (1969г.), которым были заложены фундаментальные основы динамических моделей и приложение их к анализу экономического роста [2] и Р.Солоу (1987г.) – автор неоклассической модели экономического роста, основанной на производственной функции Кобба-Дугласа [3].

Обзор современных исследований отечественных и зарубежных авторов показал, что производственные функции являются актуальным инструментом анализа и прогнозирования ключевых макроэкономических показателей, объемов производства в масштабах различных отраслей реального сектора экономики, регионов, предпринимательских структур и др. Так, в работе [4] на основе использования современных программных продуктов построены производственные функции применительно к промышленному производству Западно-Казахстанской области. Подходы к моделированию итоговых показателей малого предпринимательства с использованием производственных функций изложены в работах [5,6]. Широкое распространение производственные функции получили в исследованиях экономического роста [7,8].

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Производственная функция (ПФ) – это экономико-математическая зависимость результата производственной деятельности предприятия (отрасли) от объемов использования производственных ресурсов.

Производственная функция Кобба-Дугласа (ПФКД) имеет степенной вид и записывается как:

$$Y = aL^{\alpha}K^{\beta} \quad (1)$$

где, Y- результат производственной деятельности (объем производства промышленной продукции);

L - объем используемых трудовых ресурсов;

K - объем используемого основного капитала;

a, α , β - неизвестные параметры производственной функции, которые необходимо найти.

В классической постановке ПФКД строится при соблюдении следующих условий: $a > 0$; $L > 0$; $K > 0$; $0 \leq \alpha \leq 1$; $0 \leq \beta \leq 1$; $\alpha + \beta = 1$. Данные условия отражают основные свойства производственной функции:

- а) при отсутствии хотя бы одного из производственных ресурсов выпуск продукции исключен;
- б) равенство суммы показателей степеней ПФКД единице характеризует постоянную эффективность производства при увеличении затрат используемых ресурсов;
- в) ПФКД не учитывает влияние научно-технического прогресса.

Важная роль в принятии решений на микро- и макроэкономическом уровнях отводится анализу показателей полученных на основе производственной функции [9].

Средняя эффективность ресурса μ_i показывает, какой объем выпуска продукции приходится на единицу затрат i -го ресурса:

$$\mu_i = \frac{Y}{x_i} \quad (2)$$

где Y - объем выпуска продукции;
 x_i - объем затрат i -го ресурса.

Средняя эффективность трудовых ресурсов определяется как отношение результата выпуска продукции Y к объему потребленных ресурсов L :

$$\mu_L = \frac{Y}{L} = \frac{aL^\alpha K^\beta}{L} = aL^{\alpha-1} K^\beta \quad (3)$$

По аналогичной схеме средняя эффективность капитала:

$$\mu_K = \frac{Y}{K} = \frac{aL^\alpha K^\beta}{K} = aL^\alpha K^{\beta-1} \quad (4)$$

Предельная эффективность ресурса v_i показывает предельный прирост выпуска продукции при малом (единичном) увеличении затрат i -го ресурса, т.е. если предположить, что основной капитал увеличится на единицу, то предельная эффективность покажет, на сколько единиц изменится выпуск продукции Y .

$$v_i = \frac{dy}{dx_i} \quad (5)$$

Понятие предельной эффективности ресурсов связано с законом убывающей предельной производительности, согласно которому увеличение потребления одного ресурса при неизменном количестве другого в краткосрочном периоде приводит к сокращению прироста выпуска продукции на каждую дополнительную единицу ресурса [9,10].

Предельная эффективность трудовых ресурсов L :

$$v_L = \frac{\partial Y}{\partial L} = \alpha a L^{\alpha-1} K^\beta \quad (6)$$

Предельная эффективность основного капитала K :

$$v_K = \frac{\partial Y}{\partial K} = \beta a L^\alpha K^{\beta-1} \quad (7)$$

Эластичность выпуска продукции от затрат ресурса δ_i показывает, на сколько процентов изменится выпуск продукции, при увеличении затрат i -го ресурса на 1%:

$$\delta_i = \frac{dY}{dx_i} \cdot \frac{x_i}{Y} \quad (8)$$

Эластичность выпуска продукции от затрат ресурса L :

$$\delta_L = \frac{\partial Y}{\partial L} \cdot \frac{L}{Y} = \frac{a\alpha L^{\alpha-1} K^\beta L}{aL^\alpha K^\beta} = \alpha \quad (9)$$

Эластичность выпуска продукции от затрат ресурса К:

$$\delta_K = \frac{\partial Y}{\partial K} \cdot \frac{K}{Y} = \frac{a\beta L^\alpha K^{\beta-1} K}{aL^\alpha K^\beta} = \beta \quad (10)$$

Параметры α и β называются коэффициентами эластичности при факторах L и K соответственно.

Норма замещения ресурса γ_{ij} показывает, на сколько единиц необходимо уменьшить (увеличить) затраты i -го ресурса для того, чтобы при увеличении (уменьшении) затрат j -го ресурса на единицу выпуск продукции не изменился. Норма замещения рассчитывается по формуле:

$$\gamma_{ij} = \frac{v_j}{v_i} \quad (11)$$

Подставив предельную эффективность ресурсов в числитель и знаменатель формулы [11] получим:

$$\gamma_{LK} = \frac{v_K}{v_L} = \frac{\partial Y}{\partial K} \div \frac{\partial Y}{\partial L} = \frac{a\beta L^\alpha K^{\beta-1}}{a\alpha L^{\alpha-1} K^\beta} = \frac{\beta L}{\alpha K} \quad (12)$$

Для построения производственной функции, адекватно отражающей рассматриваемый экономический процесс, необходимо определиться с единицами измерения затрат используемых ресурсов. Так, за результативный признак в данном исследовании взят объем производства промышленной продукции – статистический показатель, который определяется в стоимостном выражении в ценах производителя без налога на добавленную стоимость и акцизов[11]. В качестве показателя трудовых ресурсов использована численность персонала основной деятельности, за объем используемого капитала принят показатель активной части основных средств по первоначальной стоимости[12].

Первоначально ПФКД приводится в линейный вид путем логарифмирования обеих частей уравнения (1). Результаты расчетов представлены в таблице 1.

Таблица 1– Исходные данные и результаты логарифмирования показателей по определению параметров ПФКД для промышленного производства РК

Год	Y_i , млрд.тг.	L_i , тыс. чел.	K_i , млрд.тг.	$\ln Y_i$	$\ln L_i$	$\ln K_i$	\hat{Y}_i (расч.), млрд.тг.
2010	12105,53	648,00	5069,61	9,40	6,47	8,53	12447,16
2011	15929,05	671,40	7405,10	9,68	6,51	8,91	14920,82
2012	16851,78	693,20	8516,91	9,73	6,54	9,05	16126,56
2013	17833,99	705,90	10270,44	9,79	6,56	9,24	17643,89
2014	18529,23	694,10	11460,05	9,83	6,54	9,35	18307,35
2015	14931,38	657,30	12790,51	9,61	6,49	9,46	18593,13
2016	19026,78	634,30	14135,12	9,85	6,45	9,56	19008,29
2017	22790,21	626,30	16851,42	10,03	6,44	9,73	20333,79

Примечание – составлено на основе [11,12,13,14]

Для нахождения параметров ПФКД промышленного производства РК воспользуемся встроенной функцией MS Excel ЛИНЕЙН. Функция ЛИНЕЙН возвращает массив, всегда состоящий из 5 строк, а количество столбцов соответствует количеству неизвестных параметров.

В результате обработки данных получено: $\ln a = 2,10$, $a = e^{2,10} = 8,17$; $\alpha = 0,57$; $\beta = 0,42$; $\alpha + \beta \approx 1,00$.

Таким образом, ПФКД, описывающая зависимость между объемом промышленного производства и затратами используемых ресурсов в 2010-2017 гг., примет следующий вид:

$$\hat{Y} = 8,17L^{0,57}K^{0,42} \quad (13)$$

Точность построенной ПФКД оценим с помощью средней относительной ошибки аппроксимации:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{Y_i - \hat{Y}_i}{Y_i} \right| \cdot 100\% = 6,39\% \quad (14)$$

где, n – количество наблюдений;

Y_i – фактические значения результативного показателя;

\hat{Y}_i – расчетные значения результативного показателя.

Как видим, производственная функция (13) с достаточно высокой точностью аппроксимирует исходные данные.

Рассчитаны показатели анализа ПФКД для промышленного производства РК (таблица 2).

Таблица 2– Результаты анализа ПФКД промышленного производства РК за 2010-2017 гг.

Год	Y_i , млрд.тг.	L_i , тыс. чел.	K_i , млрд.тг.	μ_L	μ_K	ν_L	ν_K	γ_{LK}
2010	12105,53	648,00	5069,61	19,21	2,46	10,99	1,04	0,09
2011	15929,05	671,40	7405,10	22,22	2,01	12,72	0,86	0,07
2012	16851,78	693,20	8516,91	23,26	1,89	13,31	0,80	0,06
2013	17833,99	705,90	10270,44	24,99	1,72	14,30	0,73	0,05
2014	18529,23	694,10	11460,05	26,38	1,60	15,09	0,68	0,04
2015	14931,38	657,30	12790,51	28,29	1,45	16,19	0,62	0,04
2016	19026,78	634,30	14135,12	29,97	1,34	17,15	0,57	0,03
2017	22790,21	626,30	16851,42	32,47	1,21	18,58	0,51	0,03

Примечание – составлено автором

Как видно из таблицы 2, динамика временного ряда, характеризующая среднюю эффективность использования трудовых ресурсов L , близка к линейному развитию. Так, средняя эффективность использования ресурса L (средняя производительность труда) в 2017 г. показывает, что на 1 единицу трудовых ресурсов приходилось 32,47 единиц выпуска промышленной продукции. Средняя эффективность использования ресурса K (средняя фондоотдача) была непостоянной, изменяясь во времени. Так, если в начальный период она была больше 2, то в последние периоды заметно уменьшилась. Таким образом, средняя отдача от трудовых ресурсов значительно превышает среднюю отдачу от основного капитала. Предельная эффективность использования трудовых ресурсов ν_L показывает, что если количество трудовых ресурсов увеличить на единицу, то объем выпуска продукции возрастет на 18,58 единиц. Предельная эффективность ресурса K падает, т.е. если привлечь в производство дополнительный объем основного капитала, сохраняя неизменным количество трудовых ресурсов, то предельная фондоотдача снизится, а предельная производительность труда возрастет.

Сумма коэффициентов эластичности при факторах L и K примерно равна единице. Это свидетельствует о том, что построенная функция (13), отражающая влияние рассмотренных факторов на объем промышленного производства Казахстана за анализируемый период, показывает постоянную отдачу от масштаба, т.е. если в равных пропорциях увеличивать объем труда и капитала, то также

пропорционально будет увеличиваться и объем промышленного производства. Если увеличить количество трудовых ресурсов на 1%, то объем промышленного производства возрастет на 0,57%, соответственно, при увеличении потребления основного капитала на 1% объем выпуска увеличится на 0,42%. Норма замещения показывает, в какой пропорции производственные ресурсы взаимозаменяемы при одном и том же выпуске продукции. Если уменьшить потребление ресурса К на единицу, то тогда необходимо увеличить потребление ресурса L на 0,03 единиц, при этом объем производства Y не изменится.

Производственная функция Я.Тинбергена представляет собой модифицированный вариант ПФКД с автономным темпом технического прогресса[2,4]:

$$Y = aL^{\alpha} K^{\beta} e^{rt} \quad (15)$$

где, e – основание натурального логарифма;

r – параметр прогресса;

t – время.

Для нахождения параметров ПФ с автономным темпом технического прогресса в формулу (15) в классической постановке вводится условие: $\alpha + \beta = 1$, отсюда следует, что $\beta = 1 - \alpha$.

Тогда формулу (15) можно переписать в виде уравнения регрессии:

$$\hat{Y} = aL^{\alpha} K^{1-\alpha} e^{rt} \quad (16)$$

Найдем параметры a, α , r методом наименьших квадратов. Предварительно прологарифмируем обе части уравнения (16):

$$\begin{aligned} \ln \hat{Y} &= \ln a + \alpha \ln L + (1 - \alpha) \ln K + rt = \ln a + \alpha \ln L + \ln K - \alpha \ln K + rt \\ &= \ln a + \alpha (\ln L - \ln K) + \ln K + rt \end{aligned}$$

Уравнение регрессии (16) содержит три параметра a, α и r. Составим согласно методу наименьших квадратов (МНК), следующую сумму:

$$S(a, \alpha, r) = \sum_{i=1}^n (\ln Y_i - \ln \hat{Y}_i)^2 \rightarrow \min \quad (17)$$

или

$$S(a, \alpha, r) = \sum_{i=1}^n [\ln Y_i - \ln a - \alpha (\ln L - \ln K) - \ln K - rt]^2 \rightarrow \min \quad (18)$$

Составим систему уравнений из частных производных, равных нулю:

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial a} = 2 \sum_{i=1}^n [\ln Y_i - \ln a - \alpha (\ln L - \ln K) - \ln K - rt] \cdot \left(-\frac{1}{a}\right) = 0; \\ \frac{\partial S}{\partial \alpha} = 2 \sum_{i=1}^n [\ln Y_i - \ln a - \alpha (\ln L - \ln K) - \ln K - rt] \cdot [-(\ln L - \ln K)] = 0; \\ \frac{\partial S}{\partial t} = 2 \sum_{i=1}^n [\ln Y_i - \ln a - \alpha (\ln L - \ln K) - \ln K - rt] \cdot (-t) = 0. \end{cases} \quad (19)$$

В результате получим систему нормальных уравнений для определения параметров a, α , r:

$$\left\{ \begin{array}{l} n \ln a + \alpha \sum_{i=1}^n (\ln L_i - \ln K_i) + r \sum_{i=1}^n t_i = \sum_{i=1}^n \ln Y_i - \sum_{i=1}^n \ln K_i \\ \ln a \sum_{i=1}^n (\ln L_i - \ln K_i) + \alpha \sum_{i=1}^n (\ln L_i - \ln K_i)^2 + r \sum_{i=1}^n t_i (\ln L_i - \ln K_i) = \sum_{i=1}^n \ln Y_i - \sum_{i=1}^n \ln K_i (\ln L_i - \ln K_i) \quad (20) \\ \ln a \sum_{i=1}^n t_i + \alpha \sum_{i=1}^n t_i (\ln L_i - \ln K_i) + r \sum_{i=1}^n t_i^2 = \sum_{i=1}^n \ln Y_i t_i - \sum_{i=1}^n t_i \ln K_i \end{array} \right.$$

Составим вспомогательную расчетную таблицу 3 на основе исходных данных: Y_i , L_i , K_i и t_i .

Таблица 3 – Результаты расчетов для определения параметров модели Я.Тинбергена

t_i	$\ln Y_i$	$\ln L_i$	$\ln K_i$	t_i^2	$\ln L_i - \ln K_i$	$\ln K_i \cdot t_i$	$\ln Y_i \cdot t_i$	$t_i \cdot t_i$	$t_i \cdot t_i$
1	9,40	6,47	8,53	1,00	-2,06	-17,55	9,40	-2,06	8,53
2	9,68	6,51	8,91	4,00	-2,40	-21,39	19,35	-4,80	17,82
3	9,73	6,54	9,05	9,00	-2,51	-22,70	29,20	-7,53	27,15
4	9,79	6,56	9,24	16,00	-2,68	-24,73	39,16	-10,71	36,95
5	9,83	6,54	9,35	25,00	-2,80	-26,21	49,14	-14,02	46,73
6	9,61	6,49	9,46	36,00	-2,97	-28,07	57,67	-17,81	56,74
7	9,85	6,45	9,56	49,00	-3,10	-29,66	68,98	-21,73	66,89
8	10,03	6,44	9,73	64,00	-3,29	-32,04	80,27	-26,34	77,86
Σ	77,92	52,01	73,82	204,00	-21,81	-202,35	353,16	-104,99	338,67

Примечание – составлено автором

Подставляя данные расчетной таблицы 3 в систему уравнений (20) и решая ее, получим при $i = \overline{1,8}$ искомые значения параметров a , α , r .

$$\begin{cases} 8 \ln a - 21,81 \alpha + 36 r = 4,10 \\ -21,81 \ln a + 475,78 \alpha - 104,99 r = 280,28 \\ 36 \ln a - 104,99 \alpha + 204 r = 14,48 \end{cases}$$

Получены следующие параметры: $\ln a = 2,34$, $a = e^{2,34} = 10,35$; $\alpha = 0,70$; $\beta = 1 - 0,70 = 0,30$; $r = 0,02$.

В результате производственная функция Я.Тинбергена для промышленного производства РК получила вид:

$$\hat{Y} = 10,35 L^{0,70} K^{0,30} e^{0,02t} \quad (21)$$

Таким образом, при увеличении численности занятых в промышленности на 1%, объем промышленного производства возрастет на 0,70%, а при увеличении стоимости основных фондов на 1% – на 0,30%. Темп прироста объема производства промышленной продукции за счет технического прогресса составляет 0,02%.

Средняя относительная ошибка аппроксимации = 6,72% < 8%, т.е. точность модели (21) достаточно высокая. Параметры производственной функции (21) свидетельствуют о преобладающем воздействии затрат труда, влияние которых на объем промышленного производства Казахстана значительно превышает влияние затрат капитала и технического прогресса.

Производственная функция в модели Р. Солоу представляет собой частный случай производственной функции Кобба-Дугласа и имеет вид [15]:

$$Y = K^{\alpha} \cdot (LA)^{1-\alpha} \quad (22)$$

где, Y - объем выпуска продукции;

K - объем основного капитала

L - численность трудовых ресурсов;

A- производительность труда;

LA - комплексный фактор, который может расти как за счет увеличения численности работников, так и за счет повышения эффективности их труда;

α - коэффициент эластичности по капиталу;

$(\alpha-1)$ - коэффициент эластичности по труду.

При построении производственной функции в модели Р.Солоу известными параметрами выступают Y,K,L,A; неизвестным параметром, который необходимо найти, является α .

Для нахождения α преобразуем производственную функцию (22) к виду:

$$Y = K^{\alpha} \cdot (LA)^{1-\alpha} = K^{\alpha} \cdot \frac{(LA)^1}{(LA)^{\alpha}} = LA \cdot \frac{K^{\alpha}}{(LA)^{\alpha}} = LA \cdot \left(\frac{K}{LA}\right)^{\alpha} \quad (23)$$

Поделив обе части выражения (23) на LA получим:

$$\frac{Y}{LA} = \left(\frac{K}{LA}\right)^{\alpha} \quad (24)$$

Выражение (24) необходимо привести к линейному виду, прологарифмировав левую и правую части:

$$\ln \frac{Y}{LA} = \ln \left(\frac{K}{LA}\right)^{\alpha} \rightarrow \ln \frac{Y}{LA} = \alpha \ln \frac{K}{LA} \quad (25)$$

Введем следующие обозначения:

$$\ln \frac{Y}{LA} = y; \quad \ln \frac{K}{LA} = k; \quad \text{отсюда получим } y = \alpha k. \quad (26)$$

В таблице 4 представлены результаты расчетов для определения параметров производственной функции в модели Р. Солоу.

Таблица 4 – Результаты расчетов по определению параметров производственной функции в модели Р.Солоу для промышленного производства РК

Y_i , млрд.тг.	L_i , чел.	K_i , млрд.тг.	A, млрд.тг.	y	k	\hat{Y}_i , млрд.тг.	$Y_i - \hat{Y}_i$ млрд.тг.
12105,53	648000,00	5069,61	0,01	0,62	-0,25	5838,15	6267,38
15929,05	671400,00	7405,10	0,01	0,86	0,10	6999,43	8929,62
16851,78	693200,00	8516,91	0,01	0,89	0,21	7565,87	9285,90
17833,99	705900,00	10270,44	0,01	0,93	0,37	8278,36	9555,63
18529,23	694100,00	11460,05	0,01	0,98	0,50	8589,36	9939,87
14931,38	657300,00	12790,51	0,01	0,82	0,67	8722,21	6209,17
19026,78	634300,00	14135,12	0,01	1,10	0,80	8916,18	10110,60
22790,20	626300,00	16851,42	0,01	1,29	0,99	9537,81	13252,39

Примечание – составлено на основе [16]

Параметр α , определенный с помощью встроенной функции ЛИНЕЙН MS Excel, равен 0,42, тогда коэффициент эластичности по труду составит 0,58. Следовательно, производственная функция в модели Р.Солоу для промышленности Казахстана получила вид:

$$\hat{Y}_i = K^{0,42} \cdot (LA)^{0,58} \quad (27)$$

На рисунке 1 показаны результаты аппроксимации исходного ряда производственными функциями Кобба-Дугласа, Я.Тинбергена и Р.Солоу.

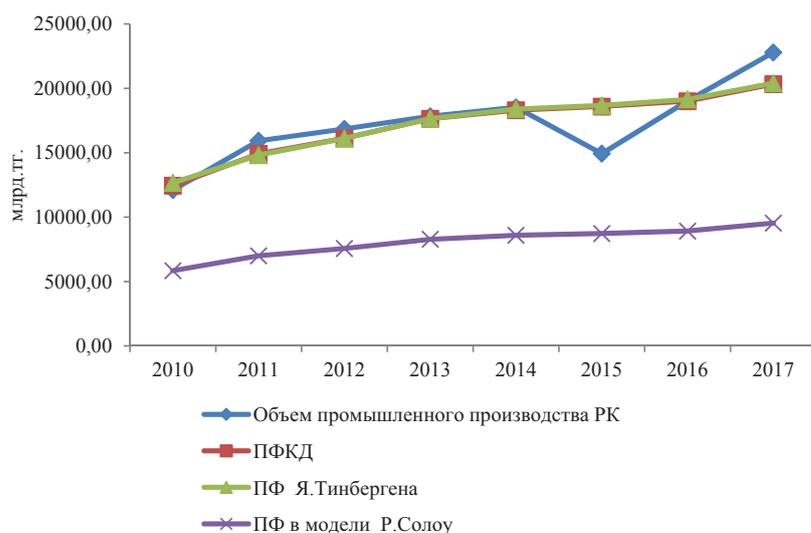


Рисунок 1- Результаты аппроксимации объемов промышленного производства РК за 2010-2017гг. производственными функциями

Как следует из рисунка 1, наиболее точными, имеющими минимальную ошибку аппроксимации, являются построенные производственные функции Кобба-Дугласа и Я.Тинбергена.

ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Параметры построенных производственных функций и анализ их соотношений свидетельствуют о том, что развитие промышленного производства в Казахстане характеризовалось экстенсивным ростом. На протяжении всего рассматриваемого периода показатели средней и предельной эффективности трудовых ресурсов были существенно выше основного капитала, что свидетельствует о значимости данного фактора в достижении устойчивого роста объемов производства казахстанской промышленной продукции, и, следовательно, повышении ее конкурентоспособности. Данное утверждение объективно в рамках базовых технологий и качественных характеристик ресурсов. Аналитическое решение задачи позволило определить долю технического прогресса, однако его влияние на прирост объема выпуска промышленной продукции значительно ниже воздействия факторов труда и капитала. Построенные производственные функции на макроэкономическом уровне характеризуют постоянную отдачу от масштаба, так как являются линейно однородными. Полученные зависимости являются классическими и отражают действие экономических законов, следовательно, носят объективный характер, характеризуют устойчивые причинно-следственные взаимосвязи между хозяйственными процессами.

Результаты исследования могут применяться для анализа развития промышленности Казахстана, прогнозирования объемов производства промышленной продукции в зависимости от изменения затрат используемых ресурсов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Cobb, C.W. and Douglas, P.H. A Theory of Production// American Economic Review. – 1928. – №18 (1). – pp.139-165.
2. Tinbergen, Jan and Hendricus C. Bos. Mathematical Models of Economic Growth // McGraw-Hill: New York, 1962.
3. Solow, R.M. A Contribution to the Theory of Economic Growth //The Quarterly Journal of Economics. –1956. –№70 (1). – pp. 65–94.
4. Гизатов Е.Х., Жанысова А.Б., Жантасова К.Х., Рахметова Т.М., Абдрахманова Д.Ж. Моделирование объема промышленного производства в Западно-Казахстанской области с применением производственных функций [Электронный ресурс] // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. -2013. – № 11(2). –URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_20524227_10833260.pdf (дата обращения: 15.02.2019)
5. К.А.Ахметов, Р.А. Асаев, Б.Т.Токсеитов. Производственные функции итоговых показателей малого бизнеса Алматинской области [Электронный ресурс] // Исследования, результаты. –2013. –№4. – URL: https://izdenister.kaznu.kz/files/full/2013_4.pdf (дата обращения: 15.02.2019)
6. Пиньковецкая Ю.С.Методика построения производственных функций для анализа малого предпринимательства [Электронный ресурс] // Проблемный анализ и государственно-управленческое проектирование. –2013. –Т. 6. № 1.– URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_19685635_67199990.pdf (дата обращения: 20.02.2019)
7. Петров А.Н. Производственная функция промышленности региона экономики переходного периода [Электронный ресурс] // Известия высших учебных заведений. –2012. –№2(12). – URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_17778579_90643441.pdf (дата обращения 20.02.2019)
8. Крыжановский О.А., Чапарова Г.Н. Анализ факторов экономического роста Курганской области [Электронный ресурс] // Агропродовольственная политика России. –2015. – №9(45). – URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_25375123_66187875.pdf (дата обращения 20.02.2019)
9. Мухамедиев Б.М. Микроэкономика. А.: Қазақ университеті, 2014.
10. Sergio O. Parreiras. Microeconomic Theory Lecture Notes [Electronic Source]. – Economics Department, UNC at Chapel Hill, 2014. – URL: <https://www.pdfdrive.com/advanced-microeconomic-theory-lecture-notes-e12321024.html> (accessed: 26.02.2019)
11. Статистический сборник. Промышленность Казахстана и его регионов 2010-2014 [Электрон. ресурс]. – 2015. – URL: www.stat.gov.kz (дата обращения: 22.02.2019)
12. Статистический сборник. Основные фонды Казахстана 2010-2014 [Электрон. ресурс]. – 2015. – URL: www.stat.gov.kz (дата обращения: 22.02.2019)
13. Статистический сборник. Промышленность Казахстана и его регионов 2013-2017 [Электрон. ресурс]. – 2018. – URL: www.stat.gov.kz (дата обращения: 22.02.2019)
14. Статистический сборник. Основные фонды Казахстана 2013-2017 [Электрон. ресурс]. – 2018. – URL: www.stat.gov.kz (дата обращения: 22.02.2019)
15. Solow, R.M. Technical Change and the Aggregate Production Function // Review of Economics and Statistics. – 1957. – № 39(3). – pp. 312–320.
16. Производительность труда РК [Электрон.ресурс]. – 2018. – URL: <http://stat.gov.kz> (дата обращения 23.02.2019)

REFERENCE

1. Cobb, C.W. and Douglas, P.H. (1928), "A Theory of Production", *American Economic Review*, Vol. 18, No. 1, pp.139-165.
2. Tinbergen, Jan and Hendricus C. Bos(1962),"Mathematical Models of Economic Growth", McGraw-Hill: New York
3. Solow, R. M. (1956), "A Contribution to the Theory of Economic Growth", *The Quarterly Journal of Economics*, Vol.70, No.1, pp. 65–94.

4. Gizatov E.Kh., Zhanysova A.B., Zhantasova K.Kh., Rakhmetova T.M., Abdrakhmanova D.Zh. (2013), "Modelirovanie ob"ema promyshlennogo proizvodstva v Zapadno-Kazakhstanskoi oblasti s primeneniem proizvodstvennykh funktsii", *Mezhdunarodnyi zhurnal prikladnykh i fundamental'nykh issledovaniy*, Vol.2 No.11, available at: https://elibrary.ru/download/elibrary_20524227_10833260.pdf (Accessed February, 15, 2019) (In Russian)
5. K.A.Akhmetov, R.A.Ashev, B.T.Tokseitov (2013), "Proizvodstvennye funktsii itogovykh pokazatelei malogo biznesa Almatinskoi oblasti", *Issledovaniya, rezul'taty*, Vol.4, available at: https://izdenister.kaznau.kz/files/full/2013_4.pdf (Accessed February, 15, 2019) (In Russian)
6. Pin'kovetskaya, Yu.S. (2013), "Metodika postroeniya proizvodstvennykh funktsii dlya analiza malogo predprinimatel'stva", *Problemy analiz i gosudarstvenno-upravlencheskoe proektirovanie*, Vol.6 No.1, available at: https://elibrary.ru/download/elibrary_19685635_67199990.pdf (Accessed February, 20, 2019) (In Russian)
7. Petrov, A.N. (2012), "Proizvodstvennaya funktsiya promyshlennosti regiona ekonomiki perekhodnogo perioda", *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy*, Vol.2 No.12, available at: https://elibrary.ru/download/elibrary_17778579_90643441.pdf (Accessed February, 20, 2019) (In Russian)
8. Kryzhanovskii O.A., Chaparova G.N. (2015), "Analiz faktorov ekonomicheskogo rosta Kurganskoi oblasti", *Agroproduktivnaya politika Rossii*, Vol.9 No.45, available at: https://elibrary.ru/download/elibrary_25375123_66187875.pdf (Accessed February, 20, 2019) (In Russian)
9. Mukhamediev, B.M. (2014), *Mikroekonomika*, Kazakh universiteti, Almaty.
10. Sergio O. Parreiras (2014), "Advanced Microeconomic Theory Lecture Notes", Economics Department, UNC at Chapel Hill, available at: <https://www.pdfdrive.com/advanced-microeconomic-theory-lecture-notes-e12321024.html> (Accessed February, 26, 2019)
11. "Statisticheskii sbornik. Promyshlennost' Kazakhstana i ego regionov 2010-2014" (2015), available at: www.stat.gov.kz (Accessed February, 22, 2019) (In Russian)
12. "Statisticheskii sbornik. Osnovnye fondy Kazakhstana 2010-2014"(2015), available at: www.stat.gov.kz (Accessed February, 22, 2019) (In Russian)
13. "Statisticheskii sbornik. Promyshlennost' Kazakhstana i ego regionov 2013-2017" (2018), available at: www.stat.gov.kz (Accessed February, 22, 2019) (In Russian)
14. "Statisticheskii sbornik. Osnovnye fondy Kazakhstana 2013-2017" (2018), available at: www.stat.gov.kz (Accessed February, 22, 2019) (In Russian)
15. Solow, R.M. (1957), "Technical Change and the Aggregate Production Function", *Review of Economics and Statistics*, Vol. 39, No. 3, pp. 312–320.
16. "Proizvoditel'nost' truda RK" (2018), available at: www.stat.gov.kz (Accessed February, 23, 2019) (In Russian)

ТҮЙІН

Мақалада Кобба-Дуглас, Я. Тинберген және Р. Солоудың өндірістік функцияларын пайдалана отырып, Қазақстан өнеркәсібінің өсу факторлары зерттеледі. Құрылған функциялар сызықты біртекті, ауқымды тұрақты қайтарымды және экстенсивті өсуге тән. Ресурстардың орташа және шекті тиімділігінің көрсеткіштерін талдау капитал шығындарымен және техникалық прогресс үлесімен салыстырғанда еңбек шығындарының Қазақстанның өнеркәсіптік өндірісінің көлеміне басым әсерін көрсетеді.

SUMMARY

The article examines the growth factors of the industry of Kazakhstan using the production functions of Cobb-Douglas, J. Tinbergen and R. Solow. The constructed functions are linearly homogeneous, show constant returns from the scale, which is typical for extensive growth. Analysis of the indicators of average and marginal resource efficiency indicates the prevailing effect on labor output in Kazakhstan, compared with capital expenditures and the share of technical progress.